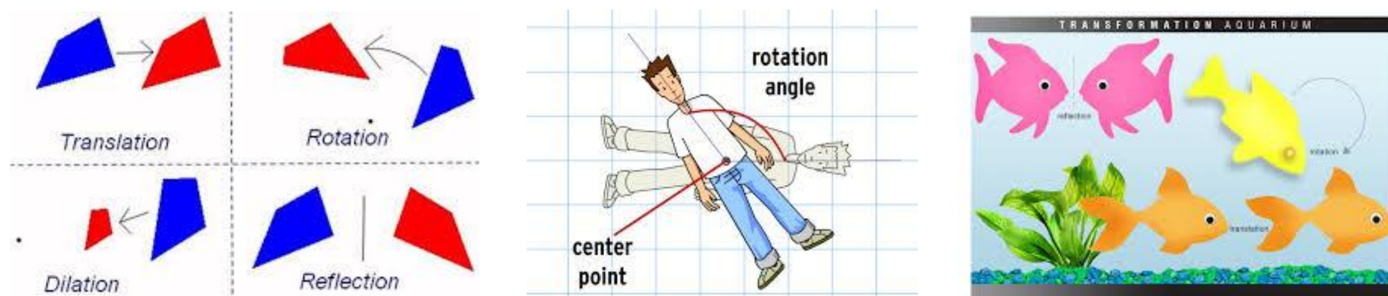
CHUYÊN ĐỀ:

PHÉP BIẾN HÌNH TRONG MẶT PHẲNG



Giáo viên: LÊ BÁ BẢO *Trường THPT Đặng Huy Trứ*, Huế
SĐT: 0935.785.115 Địa chỉ: 116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế

Chủ đề 0: Phép biến hình và phép dời hình

I- LÝ THUYẾT:

1. Phép biến hình:

a. Định nghĩa: Phép biến hình là một quy tắc để với mỗi điểm M trong mặt phẳng xác định được với ***một điểm duy nhất*** M' của mặt phẳng và M': gọi là ảnh của M qua phép biến hình đó.

Ký hiệu: f là một phép biến hình nào đó và M′ là ảnh của M qua f thì ta viết: $M' = f(M)$ hay $f(M) = M'$ hay $f: M \mapsto M'$ hay $M \xrightarrow{f} M'$.

Nhận xét: 1) f là một phép biến hình đồng nhất $\Leftrightarrow \forall M \in H: f(M) = M.$

(M được gọi là điểm bất động, kép, bất biến)

2) f_1, f_2 là các phép biến hình thì $f_2 o f_1, f_1 o f_2$ là phép biến hình.

3) (H') được gọi là ảnh của hình (H) qua phép biến hình f

$\Leftrightarrow \forall M \in (H): f(M) = M' \in (H')$. Ta viết $f(H) = H'$.

2. Phép dời hình:

Định nghĩa: Phép dời hình là *phép biến hình không làm thay đổi khoảng cách* giữa hai điểm bất kỳ M, N và ảnh M', N' của chúng.

$$\forall M, N \in H: \begin{cases} f(M) = M' \\ f(N) = N' \end{cases} \Leftrightarrow MN = M'N'$$

3. Tính chất: (*của phép dời hình*)

3.1- Phép dời hình biến 3 điểm thẳng hàng thẳng hàng thành 3 điểm thẳng hàng, 3 điểm không thẳng hàng thành 3 điểm không thẳng hàng.

3.2- Phép dời hình biến:

- Đường thẳng thành đường thẳng, tia thành tia, đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó.

- Tam giác thành tam giác bằng nó (trực tâm $\longrightarrow$ trực tâm, trọng tâm $\longrightarrow$ trọng tâm)

- Đường tròn thành đường tròn bằng nó (Tâm biến thành tâm: $\begin{cases} I \longrightarrow I' \\ R = R' \end{cases}$)

- Góc thành góc bằng nó.

II- LUYỆN TẬP:

Dưới đây, là một số kỹ năng cơ bản giúp độc giả giải quyết xuyên suốt các vấn đề về các phép biến hình cụ thể được học.

Bài tập 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, chứng tỏ các quy tắc sau là một phép biến hình:

a) Phép biến hình F_1 biến mỗi điểm $M(x;y)$ thành điểm $M'(y;-x)$.

b) Phép biến hình F_2 biến mỗi điểm $M(x;y)$ thành điểm $M'(2x;y)$.

Gợi ý: *Chỉ rõ:* $\forall M:\ \exists\ !\ M' = F(M)$

a) Gọi $M(x_M;y_M)$.

* Theo quy tắc đặt như trên, luôn tồn tại điểm M': $F(M) = M'(y_M;-x_M)$

Như vậy, với mọi điểm M thì luôn tại tại ảnh là M'. (1)

* Giả sử, qua quy tắc đặt trên, điểm $M(x_M;y_M)$ có 2 ảnh là: $M'(x'_M;y'_M)$, $N'(x'_N;y'_N)$

Lúc đó: $\begin{cases} y'_M = y_M \\ y'_M = -x_M \end{cases}$ (i) và $\begin{cases} y'_N = y_M \\ y'_N = -x_M \end{cases}$ (ii)

Từ (i) và (ii) dễ thấy: $M' \equiv N'$ (2)

Từ (1) và (2), kết luận: Quy tắc đặt trên là một phép biến hình.

b) *Độc giả chứng minh tương tự.*

Nhận xét: Để chỉ rõ một quy tắc đặt cho trước là một phép biến hình, cần chỉ rõ 2 điểm:

- ✓ **Với mọi điểm *M*, luôn tồn tại ảnh của *M* qua quy tắc đặt tương ứng.**
- ✓ **Ảnh của *M* qua quy tắc đặt tương ứng đó là duy nhất.**

*Ngược lại, một trong 2 yêu cầu trên không được thỏa mãn thì quy tắc đặt **không** là phép biến hình.*

Bài tập 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, phép biến hình nào sau đây là phép dời hình?

a) Phép biến hình F_1 biến mỗi điểm $M(x;y)$ thành điểm $M'(y;-x)$.

b) Phép biến hình F_2 biến mỗi điểm $M(x;y)$ thành điểm $M'(2x;y)$.

Gợi ý:

Chỉ rõ $\forall M,\ N: F(M) = M', F(N) = N' \Rightarrow M'N' = MN$

Lấy hai điểm $M(x_1;y_1)$, $N(x_2;y_2)$, ta có: $MN = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

a) Ảnh của M, N qua phép biến hình F_1 lần lượt được $M'(y_1;-x_1)$, $N'(y_2;-x_2)$

Ta có: $M'N'=\sqrt{(y_2-y_1)^2+(x_1-x_2)^2}=MN$

Vậy phép biến hình F_1 là phép dời hình.

b) Tương tự,

Xét ảnh của M, N qua phép biến hình F_2 lần lượt được $M'(2x_1;y_1)$, $N'(2x_2;y_2)$.

Ta có: $M'N'=\sqrt{2(x_1-x_2)^2+(y_2-y_1)^2}$

Để ý rằng, nếu $x_1\neq x_2$ thì $M'N'\neq MN$.

Kết luận: Phép biến hình F_2 không là phép dời hình.

Bài tập 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, với α, a, b là những số cho trước. Xét phép biến hình F biến mỗi điểm $M(x;y)$ thành điểm $M'(x';y')$, trong đó: $\begin{cases} x'=x\cos\alpha-y\sin\alpha+a \\ y'=x\sin\alpha+y\cos\alpha+b \end{cases}$

a) Chứng minh: F là phép dời hình.

b) Khi $\alpha=0$. Chứng minh: F là phép tịnh tiến.

Gợi ý:

Chỉ rõ $\forall M, N: F(M)=M', F(N)=N' \Rightarrow M'N'=MN$

a) Phép biến hình F biến $M(x_1;y_1)$, $N(x_2;y_2)$ tương ứng thành $M'(x_1';y_1')$, $N'(x_2';y_2')$, với:

$\begin{cases} x_1'=x_1\cos\alpha-y_1\sin\alpha+a \\ y_1'=x_1\sin\alpha+y_1\cos\alpha+b \end{cases}$ và $\begin{cases} x_2'=x_2\cos\alpha-y_2\sin\alpha+a \\ y_2'=x_2\sin\alpha+y_2\cos\alpha+b \end{cases}$

Ta có: $MN=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$.

Xét: $M'N'=\sqrt{(x_2'-x_1')^2+(y_2'-y_1')^2}$

$$=\sqrt{\left[(x_2-x_1)\cos\alpha-(y_2-y_1)\sin\alpha\right]^2+\left[(x_2-x_1)\sin\alpha+(y_2-y_1)\cos\alpha\right]^2}$$

$$=\sqrt{(x_2-x_1)^2\cos^2\alpha+(y_2-y_1)^2\sin^2\alpha+(x_2-x_1)^2\sin^2\alpha+(y_2-y_1)^2\cos^2\alpha}$$

$$=\sqrt{(x_2-x_1)^2(\cos^2\alpha+\sin^2\alpha)+(y_2-y_1)^2(\cos^2\alpha+\sin^2\alpha)}$$

$$=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=MN$$

Kết luận: Vậy phép biến hình F là phép dời hình.

b) Khi $\alpha=0$, ta có: $\begin{cases} x'=x+a \\ y'=y+b \end{cases}$

Hay: $M(x;y)\xrightarrow{F}M'(x+a;y+b)$

Vậy F là phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}=(a;b)$.

Tương tự, độc giả giải quyết bài toán sau:

Bài tập 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, với α cho trước. Xét phép biến hình F biến mỗi điểm $M(x;y)$ thành điểm $M'(x';y')$, trong đó: $\begin{cases} x' = x\cos\alpha - y\sin\alpha \\ y' = x\sin\alpha + y\cos\alpha \end{cases}$.

Chứng minh: F là phép dời hình.

Kỹ năng xác định tọa độ điểm, phương trình đường thẳng và đường tròn qua phép biến hình bất kì:

Bài tập 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy. Xét phép biến hình F: $M(x;y)\xrightarrow{F} M'(x';y')$: $\begin{cases} x' = -x \\ y' = y+1 \end{cases}$.

a) Chứng minh: F là phép dời hình.

b) Xác định ảnh của điểm $M(1;2)$ qua phép biến hình F.

c) Xác định phương trình đường thẳng Δ' là ảnh của đường thẳng Δ: $x-y+1=0$ qua phép biến hình F.

d) Xác định phương trình đường tròn (C') là ảnh của (C): $x^2+y^2-2x-4y+1=0$ qua phép biến hình F.

e) Xác định phương trình Elip (E') là ảnh của (E): $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$.

Gợi ý:

a) *Chỉ rõ* $\forall M, N: F(M)=M', F(N)=N' \Rightarrow M'N'=MN$

b) Ta có: $F(M)=M'(-1;3)$

c) **Phương pháp 1:** *Chọn 2 điểm* M, N *bất kì trên* Δ, *xác định ảnh tương ứng là* M', N'. *Đường thẳng* Δ' *cần tìm là đường thẳng qua hai điểm* M', N'.

Chọn $\begin{cases} M(1;2)\in\Delta \Rightarrow F(M)=M'(-1;3) \\ N(0;1)\in\Delta \Rightarrow F(N)=N'(0;2) \end{cases}$.

Vậy đường thẳng Δ' cần tìm là đường thẳng $M'N'$.

Đường thẳng $M'N'$ đi qua $M'(-1;3)$ và có 1 vectơ chỉ phương $\overrightarrow{M'N'}=(1;-1)$

$$\Delta': \begin{cases} x=-1+t \\ y=3-t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$$

Phương pháp 2: *Sử dụng quỹ tích:* $\forall M\in\Delta\Rightarrow F(M)=M'\in\Delta'$

Gọi $M(x;y)\in\Delta\Rightarrow F(M)=M'(x';y')$: $\begin{cases}x'=-x\\y'=y+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-x'\\y=y'-1\end{cases}$

Lúc đó: $M(-x';y'-1)\in\Delta\Leftrightarrow(-x')-(y'-1)+1=0\Leftrightarrow -x'-y'+2=0.$

Vậy Δ': $-x'-y'+2=0$

Nhận xét: *Ngoài 2 phương pháp cơ bản trên, thì trong nhiều các phép biến hình cụ thể chúng ta* ***có thể sử dụng tính chất riêng*** *để giải quyết tốt hơn.*

*** Xác định phương trình của đường tròn là ảnh của đường tròn cho trước:**

Phương pháp 1: *Theo tính chất của phép dời hình: Biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.*

Ta có $(C)\equiv(I;R)$: $\begin{cases}I(1;2)\\R=2\end{cases}$

$F(I)=I'(-1;3)$ là tâm của đường tròn ảnh (C'). Để ý phép biến hình F là phép dời hình.

Vậy đường tròn (C'): $(x+1)^2+(y-3)^2=4.$

Phương pháp 2: *Sử dụng quỹ tích.*

Gọi $M(x;y)\in(C)\Rightarrow F(M)=M'(x';y')$: $\begin{cases}x'=-x\\y'=y+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-x'\\y=y'-1\end{cases}$

Lúc đó:

$$M(-x';y'-1)\in(C)\Leftrightarrow(x')^2+(y'-1)^2-2(x')-4(y'-1)+1=0\Leftrightarrow(x')^2+(y')^2+2x'-6y'+6=0$$

Vậy (C'): $x^2+y^2+2x-6y+6=0.$

e) *Sử sụng quỹ tích:* $\forall M\in(E)\Rightarrow F(M)=M'\in(E')$

Gọi $M(x;y)\in(E)\Rightarrow F(M)=M'(x';y')$: $\begin{cases}x'=-x\\y'=y+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-x'\\y=y'-1\end{cases}$

Lúc đó:

$$M(-x';y'-1)\in(E)\Leftrightarrow\frac{(-x')^2}{9}+\frac{(y'-1)^2}{4}=1\Leftrightarrow\frac{(x')^2}{9}+\frac{(y'-1)^2}{4}=1.$$

Vậy (E'): $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{(y-1)^2}{4}=1.$

III- BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM MINH HỌA

Câu 1: Quy tắc nào dưới đây là phép biến hình?

A. Điểm O cho trước đặt tương ứng là với O, còn nếu M khác O thì M ứng với M' sao cho $\overrightarrow{OM}-\overrightarrow{OM'}=\vec{0}$.

B. Điểm O cho trước ứng với điểm O, còn M khác O thì M ứng với M' sao cho tam giác OMM' là tam giác vuông cân đỉnh O.

C. Điểm O cho trước ứng với điểm O, còn M khác O thì M ứng với M' sao cho tam giác OMM' là tam giác đều.

D. Điểm O cho trước đặt tương ứng là với O, còn M khác O thì M ứng với M' sao cho $OM' = 2OM$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OM'} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{M'M} = \vec{0} \Leftrightarrow M' \equiv M \Rightarrow$ Quy tắc đặt này là phép đồng nhất.

Các quy tắc đặt còn lại không là phép biến hình.

+) Đáp án B, C do không nói góc vuông là góc lượng giác nên luôn tồn tại hai ảnh của M.

+) Yếu tố thẳng hàng hay không thẳng hàng đủ để thấy rõ anh của M không duy nhất.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 2: Phép biến hình nào sau đây là một phép dời hình?

A. Phép biến mọi điểm M thành điểm M' sao cho O là trung điểm MM', với O là điểm cố định cho trước.

B. Phép chiếu vuông góc lên một đường thẳng d.

C. Phép biến mọi điểm M thành điểm O cho trước.

D. Phép biến mọi điểm M thành M' là trung điểm của đoạn OM, với O là 1 điểm cho trước.

Lời giải

Với mọi điểm A, B tương ứng có ảnh là A', B' qua phép biến hình với quy tắc đặt O là trung điểm tương ứng (gọi là phép đối xứng tâm O) luôn xãy ra sự kiện $A'B' = AB \Rightarrow$ Đây là phép dời hình.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 3: Xét hai phép biến hình sau:

(I) Phép biến hình F_1 biến mỗi điểm $M(x;y)$ thành điểm $M'(-y;x)$.

(II) Phép biến hình F_2 biến mỗi điểm $M(x;y)$ thành điểm $M'(2x;2y)$.

Phép biến hình nào trong hai phép biến hình trên là phép dời hình?

A. Chỉ phép biến hình (I).

B. Chỉ phép biến hình (II).

C. Cả hai phép biến hình (I) và (II).

D. Cả hai phép biến hình (I) và (II) đều không là phép dời hình.

Lời giải

Lấy hai điểm $A(x_1;y_1)$, $B(x_2;y_2)$ bất kì trong mặt phẳng.

Xét $\begin{cases} F_1(A) = A_1(-y_1;x_1) \\ F_1(B) = B_1(-y_2;x_2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1; y_2 - y_1) \\ \overrightarrow{A_1B_1} = (y_1 - y_2; x_2 - x_1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ A_1B_1 = \sqrt{(y_1 - y_2)^2 + (x_2 - x_1)^2} \end{cases}$

$\Rightarrow A_1B_1 = AB \Rightarrow F_1$ là phép dời hình.

Xét $\begin{cases} F_2(A) = A_2(2x_1;2y_1) \\ F_2(B) = B_2(2x_2;2y_2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1; y_2 - y_1) \\ \overrightarrow{A_2B_2} = (2x_2 - 2x_1; 2y_2 - 2y_1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ A_2B_2 = \sqrt{4(x_2 - x_1)^2 + 4(y_2 - y_1)^2} \end{cases}$

khi $x_1 \neq x_2 \vee y_1 \neq y_2$ thì F_2 không là phép dời hình.

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án A.*

Câu 4: Cho phép biến hình F có quy tắc đặt ảnh tương ứng điểm $M(x_M;y_M)$ có ảnh là điểm $M'(x';y')$ theo công thức $F: \begin{cases} x' = x_M - 1 \\ y' = y_M + 2 \end{cases}$. Tìm tọa độ điểm A' là ảnh của điểm $A(1;2)$ qua phép biến hình F.

A. $A'(1;4)$. B. $A'(2;0)$. C. $A'(1;-2)$. D. $A'(0;4)$.

Lời giải

Theo quy tắc, ta có: $\begin{cases} x' = x_M - 1 = 0 \\ y' = y_M + 2 = 4 \end{cases} \Rightarrow A'(0;4)$.

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án D.*

Câu 5: Cho phép biến hình F có quy tắc đặt ảnh tương ứng điểm $M(x_M;y_M)$ có ảnh là điểm $M'(x';y')$ theo công thức $F: \begin{cases} x' = 2x_M \\ y' = 2y_M \end{cases}$. Tìm tọa độ điểm A' là ảnh của điểm $A(3;-2)$ qua phép biến hình F.

A. $A'(6;4)$. B. $A'(6;-4)$. C. $A'(2;-2)$. D. $A'(0;4)$.

Lời giải

Theo quy tắc, ta có: $\begin{cases} x' = 2x_M = 6 \\ y' = 2y_M = -4 \end{cases} \Rightarrow A'(6;-4)$.

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án B.*

Câu 6: Cho phép biến hình F có quy tắc đặt ảnh tương ứng điểm $M(x_M;y_M)$ có ảnh là điểm $M'(x';y')$ theo công thức $F: \begin{cases} x' = x_M + 1 \\ y' = y_M + 3 \end{cases}$. Tìm tọa độ điểm P có ảnh là điểm $Q(3;2)$ qua phép biến hình F.

A. $P(4;5)$. B. $P(1;0)$. C. $P(1;1)$. D. $P(1;-1)$.

Lời giải

Theo quy tắc, ta có: $\begin{cases} x' = x_Q + 1 \\ y' = y_Q + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_Q = x' - 1 \\ y_Q = y' - 3 \end{cases} \Rightarrow P(1;-1).$

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 7: Cho phép biến hình F có quy tắc đặt ảnh tương ứng điểm $M(x_M;y_M)$ có ảnh là điểm $M'(x';y')$ theo công thức $F:\begin{cases} x' = -x_M \\ y' = y_M \end{cases}$. Tìm tọa độ điểm M có ảnh là điểm $N(-3;1)$ qua phép biến hình F.

A. $N(3;1)$. B. $N(-3;1)$. C. $N(3;-1)$. D. $N(-3;-1)$.

Lời giải

Theo quy tắc, ta có: $\begin{cases} x' = -x_N \\ y' = y_N \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = -x' \\ y_N = y' \end{cases} \Rightarrow N(3;1).$

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 8: Cho phép biến hình F có quy tắc đặt ảnh tương ứng điểm $M(x_M;y_M)$ có ảnh là điểm $M'(x';y')$ theo công thức $F:\begin{cases} x' = x_M \\ y' = y_M + 1 \end{cases}$. Tính độ dài đoạn thẳng PQ với P, Q tương ứng là ảnh của hai điểm $A(1;0)$, $B(-1;2)$ qua phép biến hình F.

A. $PQ = \sqrt{2}$. B. $PQ = 2\sqrt{2}$. C. $PQ = 3\sqrt{2}$. D. $PQ = 4\sqrt{2}$.

Lời giải

Theo quy tắc, ta có: $P(1;1)$, $Q(-1;3) \Rightarrow \overrightarrow{PQ} = (-2;2) \Rightarrow PQ = 2\sqrt{2}.$

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 9: Cho phép biến hình F có quy tắc đặt ảnh tương ứng điểm $M(x_M;y_M)$ có ảnh là điểm $M'(x';y')$ theo công thức $F:\begin{cases} x' = 2x_M \\ y' = 2y_M \end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của đường thẳng $d: x + 2y + 1 = 0$ qua phép biến hình F.

A. $d': 2x + y + 2 = 0.$ B. $d': x + 2y + 3 = 0.$

C. $d': x + 2y + 2 = 0.$ D. $d': x + 2y = 0.$

Lời giải

Cách 1: Gọi $M(x_M;y_M) \in d \Leftrightarrow x_M + 2y_M + 1 = 0$ (1)

Với $F(M) = M'(x';y')$, theo quy tắc: $\begin{cases} x' = 2x_M \\ y' = 2y_M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \dfrac{x'}{2} \\ y_M = \dfrac{y'}{2} \end{cases}$ thay vào (1) ta có:

$\left(\frac{x'}{2}\right)+2\left(\frac{y'}{2}\right)+1=0 \Leftrightarrow x'+2y'+2=0 \Rightarrow M' \in d': x+2y+2=0.$

Cách 2: Chọn $A(-1;0)\in d,\ B(1;-1)\in d \Rightarrow F(A)=A'(-2;0)\in d',\ F(B)=B'(2;-2)\in d' \Rightarrow d' \equiv A'B'$.

Đường thẳng d' qua $A'(-2;0)$ và nhận vectơ $\frac{1}{2}\overrightarrow{A'B'}=(2;-1) \Rightarrow$ chọn $\vec{n}'=(1;2)$ làm 1 vectơ pháp tuyến, suy ra $d': 1(x+2)+2(y-0)=0 \Leftrightarrow x+2y+2=0.$

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án C.*

Câu 10: Cho phép biến hình F có quy tắc đặt ảnh tương ứng điểm $M(x_M;y_M)$ có ảnh là điểm $M'(x';y')$ theo công thức $F:\begin{cases} x'=x_M \\ y'=-y_M \end{cases}$. Viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của đường tròn $(C):(x-1)^2+(y-2)^2=4$ qua phép biến hình F.

A. $(C'):(x+1)^2+(y+2)^2=4.$ B. $(C'):(x-1)^2+(y+2)^2=4.$

C. $(C'):(x+1)^2+(y-2)^2=4.$ D. $(C'):(x-1)^2+(y-2)^2=4.$

Lời giải

Cách 1: Gọi $M(x_M;y_M)\in(C)\Leftrightarrow (x_M-1)^2+(y_M-2)^2=4$ (1)

Với $F(M)=M'(x';y')$, theo quy tắc: $\begin{cases} x'=x_M \\ y'=-y_M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M=x' \\ y_M=-y' \end{cases}$ thay vào (1) ta có:

$(x-1)^2+(-y-2)^2=4 \Rightarrow M'\in(C'):(x-1)^2+(y+2)^2=4.$

Cách 2: Đường tròn (C) có tâm $I(1;2)$ và $A(1;4)\in(C)\Rightarrow F(I)=I'(1;-2)$: là tâm (C') và $F(A)=A'(1;-4)\in(C')$. Vậy đường tròn (C') có tâm $I'(1;-2)$ và bán kính $R=\left|\overrightarrow{I'A'}\right|=2 \Rightarrow (C'):(x-1)^2+(y+2)^2=4.$

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án B.*

Câu 11: Cho phép biến hình F có quy tắc đặt ảnh tương ứng điểm $M(x_M;y_M)$ có ảnh là điểm $M'(x';y')$ theo công thức $F:\begin{cases} x'=x_M+1 \\ y'=y_M-1 \end{cases}$. Viết phương trình elip (E') là ảnh của elip $(E):\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ qua phép biến hình F.

A. $(E'):\frac{(x-1)^2}{9}+\frac{(y+1)^2}{4}=1.$ B. $(E'):\frac{(x-1)^2}{9}+\frac{(y-1)^2}{4}=1.$

C. $(E'):\frac{(x-1)^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1.$ D. $(E'):\frac{(x-1)^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1.$

Lời giải

Gọi $M\left(x_M;y_M\right)\in(E):\dfrac{x_M^2}{9}+\dfrac{y_M^2}{4}=1$ (1)

Với $F(M)=M'(x';y')$, theo quy tắc: $\begin{cases}x'=x_M+1\\y'=y_M-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_M=x'-1\\y_M=y'+1\end{cases}$ thay vào (1) ta có:

$\dfrac{\left(x_M-1\right)^2}{9}+\dfrac{\left(y_M+1\right)^2}{4}=1\Rightarrow M'\in(E'):\dfrac{(x-1)^2}{9}+\dfrac{(y+1)^2}{4}=1.$

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

IV- BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TỰ LUYỆN

PHÉP BIẾN HÌNH - PHÉP DỜI HÌNH

Câu 1: Quy tắc nào dưới đây là phép biến hình?

A. Điểm O cho trước đặt tương ứng là với O, còn nếu M khác O thì M ứng với M' sao cho: $\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{OM'}=k$ ($k\neq 0$ cho trước)

B. Điểm O cho trước ứng với điểm O, còn M khác O thì M ứng với M' sao cho tam giác OMM' là tam giác vuông cân đỉnh O.

C. Điểm O cho trước đặt tương ứng là với O, còn M khác O thì M ứng với M' sao cho M' là trung điểm của OM.

D. Điểm O cho trước đặt tương ứng là với O, còn M khác O thì M ứng với M' sao cho $OM=OM'$.

Câu 2: Quy tắc nào dưới đây **không phải** là một phép biến hình?

A. Mọi điểm M tương ứng với một điểm O duy nhất.

B. Mọi điểm M tương ứng với điểm M' trùng với M.

C. Mỗi điểm M được ứng với điểm M' sao cho MM' không đổi.

D. Phép chiếu vuông góc lên một đường thẳng.

Câu 3: Với O là gốc tọa độ, quy tắc nào dưới đây **không phải** là một phép biến hình?

A. Mọi điểm M tương ứng với một điểm M' sao cho $\overrightarrow{MM'}=\vec{a}$, với $\vec{a}$ là vectơ không đổi cho trước.

B. Điểm O cho trước đặt tương ứng là với O, còn M khác O đặt tương ứng điểm M' sao cho $OM=OM'$ và góc lượng giác $\left(OM;OM'\right)=60^0$.

C. Điểm O cho trước đặt tương ứng là với O, còn M khác O đặt tương ứng với điểm M' sao cho tam giác OMM' là tam giác đều.

D. Điểm O cho trước đặt tương ứng là với O, còn M khác O đặt tương ứng M' sao cho O là trung điểm MM'.

Câu 4: Xét hai phép biến hình sau:

(I) Phép biến hình F_1 biến mỗi điểm $M(x;y)$ thành điểm $M'(y;-x)$.

(II) Phép biến hình F_2 biến mỗi điểm $M(x;y)$ thành điểm $M'(2x;y)$.

Phép biến hình nào trong hai phép biến hình trên là phép dời hình?

A. Chỉ phép biến hình (I).

B. Chỉ phép biến hình (II).

C. Cả hai phép biến hình (I) và (II).

D. Cả hai phép biến hình (I) và (II) đều không là phép dời hình.

Câu 5: Phép biến hình nào sau đây là một phép dời hình?

A. Phép đồng nhất.

B. Phép chiếu lên một đường thẳng d.

C. Phép biến mọi điểm M thành điểm O cho trước.

D. Phép biến mọi điểm M thành M' là trung điểm của đoạn OM, với O là 1 điểm cho trước.

Câu 6: Phép biến hình nào sau đây **không phải** là phép biến hình:

A. Phép đồng nhất.

B. Phép co về một đường thẳng.

C. Phép chiếu vuông góc lên một đường thẳng.

D. Điểm O cho trước biến thành O còn nếu M khác O thì M biến thành M' sao cho O là trung điểm của MM'.

Câu 7: Xét hai phép biến hình sau:

(I) Phép biến hình F_1 biến mỗi điểm $M(x;y)$ thành điểm $M'(x+1;y+2)$.

(II) Phép biến hình F_2 biến mỗi điểm $M(x;y)$ thành điểm $M'(-y;x)$.

Phép biến hình nào trong hai phép biến hình trên là phép dời hình?

A. Chỉ phép biến hình (I).

B. Chỉ phép biến hình (II).

C. Cả hai phép biến hình (I) và (II).

D. Cả hai phép biến hình (I) và (II) đều không là phép dời hình.

Câu 8: Phép biến hình F là phép dời hình khi và chỉ khi

A. F biến đường thẳng thành đường thẳng song song với nó.

B. F biến đường thẳng thành chính nó.

C. F biến đường thẳng thành đường thẳng cắt nó.

D. F biến tam giác thành tam giác bằng nó.

Câu 9: Phép biến hình F là phép dời hình khi và chỉ khi

A. F biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng.

B. F biến đường thẳng thành đường thẳng.

C. F biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng có cùng độ dài.

D. F biến đường tròn đã cho thành chính nó.

Câu 10: Các khẳng định sau đúng (**Đ**) hay Sai (**S**)?

	Khẳng định	**Đ**	**S**
1	Cho trước số a dương, với mỗi điểm M trong mặt phẳng, gọi điểm M' sao cho $MM' = a$ là một phép biến hình.		
2	Cho trước vectơ $\vec{u}$ không đổi, với mỗi điểm M trong mặt phẳng, gọi điểm M' sao cho $\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$ là một phép biến hình.		
3	Cho trước điểm I cố định, với mỗi điểm M trong mặt phẳng, gọi điểm M' sao cho $\overrightarrow{IM'} + \overrightarrow{IM} = \vec{0}$ là một phép biến hình.		
4	Cho đường thẳng Δ cố định, với mỗi điểm M trong mặt phẳng, nếu M thuộc Δ thì ảnh của M là M, nếu $M \notin \Delta$ thì M có ảnh là điểm M' là điểm đối xứng của M qua Δ là một phép biến hình.		
5	Cho đường thẳng Δ và điểm I cố định, với mỗi điểm M trong mặt phẳng, nếu M thuộc Δ thì ảnh của M là M, nếu $M \notin \Delta$ thì M có ảnh là điểm M' là giao điểm của Δ và đường thẳng IM là một phép biến hình.		

Câu 11: Cho phép biến hình F có quy tắc đặt ảnh tương ứng điểm $M(x_M; y_M)$ có ảnh là điểm $M'(x'; y')$ theo công thức $F: \begin{cases} x' = x_M + 2 \\ y' = y_M - 1 \end{cases}$. Tìm tọa độ điểm A' là ảnh của điểm $A(1;2)$ qua phép biến hình F.

A. $A'(2;2)$. B. $A'(2;0)$. C. $A'(3;1)$. D. $A'(3;2)$.

Câu 12: Cho phép biến hình F có quy tắc đặt ảnh tương ứng điểm $M(x_M; y_M)$ có ảnh là điểm $M'(x'; y')$ theo công thức $F: \begin{cases} x' = -2x_M \\ y' = -2y_M \end{cases}$. Tìm tọa độ điểm A' là ảnh của điểm $A(-4;2)$ qua phép biến hình F.

A. $A'(8;4)$. B. $A'(8;-4)$. C. $A'(4;-8)$. D. $A'(8;4)$.

Câu 13: Cho phép biến hình F có quy tắc đặt ảnh tương ứng điểm $M(x_M; y_M)$ có ảnh là điểm $M'(x'; y')$ theo công thức $F: \begin{cases} x' = x_M - 1 \\ y' = y_M + 2 \end{cases}$. Tìm tọa độ điểm P có ảnh là điểm $Q(1;2)$ qua phép biến hình F.

A. $P(0;4)$. B. $P(1;0)$. C. $P(2;0)$. D. $P(1;-1)$.

Câu 14: Cho phép biến hình F có quy tắc đặt ảnh tương ứng điểm $M(x_M;y_M)$ có ảnh là điểm $M'(x';y')$ theo công thức $F:\begin{cases} x'=-x_M \\ y'=y_M \end{cases}$. Tìm tọa độ điểm A có ảnh là điểm $B(-3;-1)$ qua phép biến hình F.

A. $A(3;-1)$. B. $A(-3;-1)$. C. $A(3;1)$. D. $A(-3;1)$.

Câu 15: Cho phép biến hình F có quy tắc đặt ảnh tương ứng điểm $M(x_M;y_M)$ có ảnh là điểm $M'(x';y')$ theo công thức $F:\begin{cases} x'=x_M+2 \\ y'=y_M+1 \end{cases}$. Tính độ dài đoạn thẳng PQ với P, Q tương ứng là ảnh của hai điểm $M(1;0)$, $N(-1;2)$ qua phép biến hình F.

A. $PQ=4\sqrt{2}$. B. $PQ=2\sqrt{2}$. C. $PQ=3\sqrt{2}$. D. $PQ=\sqrt{2}$.

Câu 16: Cho phép biến hình F có quy tắc đặt ảnh tương ứng điểm $M(x_M;y_M)$ có ảnh là điểm $M'(x';y')$ theo công thức $F:\begin{cases} x'=2x_M \\ y'=2y_M \end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của đường thẳng $d:2x+y=0$ qua phép biến hình F.

A. $d':2x+y+2=0$. B. $d':x+2y+1=0$.

C. $d':2x+y=0$. D. $d':x+2y=0$.

Câu 17: Cho phép biến hình F có quy tắc đặt ảnh tương ứng điểm $M(x_M;y_M)$ có ảnh là điểm $M'(x';y')$ theo công thức $F:\begin{cases} x'=-x_M \\ y'=y_M \end{cases}$. Viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của đường tròn $(C):(x+1)^2+(y-2)^2=9$ qua phép biến hình F.

A. $(C'):(x+1)^2+(y+2)^2=9$. B. $(C'):(x-1)^2+(y+2)^2=9$.

C. $(C'):(x-1)^2+(y-2)^2=9$. D. $(C'):(x+1)^2+(y+2)^2=9$.

Câu 18: Cho phép biến hình F có quy tắc đặt ảnh tương ứng điểm $M(x_M;y_M)$ có ảnh là điểm $M'(x';y')$ theo công thức $F:\begin{cases} x'=x_M-1 \\ y'=y_M+2 \end{cases}$. Viết phương trình elip (E') là ảnh của elip $(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ qua phép biến hình F.

A. $(E'):\frac{(x+1)^2}{25}+\frac{(y+2)^2}{9}=1$. B. $(E'):\frac{(x-1)^2}{25}+\frac{(y-2)^2}{9}=1$.

C. $(E'):\frac{(x-1)^2}{25}+\frac{(y+2)^2}{9}=1$. D. $(E'):\frac{(x+1)^2}{25}+\frac{(y-2)^2}{9}=1$.

Câu 19: Cho phép biến hình F có quy tắc đặt ảnh tương ứng điểm $M(x_M;y_M)$ có ảnh là điểm $M'(x';y')$ theo công thức $F:\begin{cases}x'=x_M-1\\y'=y_M+2\end{cases}$. Viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của đường tròn $(C):x^2+y^2-2x-4y-1=0$ qua phép biến hình F.

A. $(C'):(x+1)^2+(y+2)^2=6.$ B. $(C'):x^2+(y+4)^2=6.$

C. $(C'):x^2+(y-4)^2=6.$ D. $(C'):(x-1)^2+(y+4)^2=6.$

Câu 20: Cho phép biến hình F có quy tắc đặt ảnh tương ứng điểm $M(x_M;y_M)$ có ảnh là điểm $M'(x';y')$ theo công thức $F:\begin{cases}x'=-x_M\\y'=y_M\end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của đường thẳng $d:2x+3y-1=0$ qua phép biến hình F.

A. $d':2x+3y-1=0.$ B. $d':2x-3y+1=0.$

C. $d':2x-3y-1=0.$ D. $d':2x+3y-2=0.$

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Đáp án	C	C	C	A	A	B	C	D	C	
Câu	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Đáp án	A	B	C	A	B	C	C	D	C	B

Câu 10: **1 S, 2 Đ, 3 Đ, 4 Đ, 5 S**

P/S: *Trong quá trình sưu tầm và biên soạn chắc chắn không tránh khỏi sai sót, kính mong quí thầy cô và các bạn học sinh thân yêu góp ý để các bản update lần sau hoàn thiện hơn! Xin chân thành cảm ơn.*

CLB GIÁO VIÊN TRẺ TP HUẾ

Phụ trách chung: **Giáo viên LÊ BÁ BẢO.**

Đơn vị công tác: **Trường THPT Đặng Huy Trứ, Thừa Thiên Huế.**

Email: **lebabaodanghuytru2016@gmail.com** *Facebook:* **Lê Bá Bảo**

Số điện thoại: **0935.785.115**

